

【1】 x, y, z を整数とする。

(1) $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5, 1 \leq z \leq 5$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で 組ある。

(2) $1 \leq x < y < z \leq 5$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で 組ある。

(3) $1 \leq x \leq y \leq z \leq 5$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で 組ある。

(4) $x + y + z = 5, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で 組ある。

(5) $x + y + z = 5, x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ を満たす整数の組 (x, y, z) は全部で 組ある。

[2014 大阪経済大]

((解))

(1) $1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5, 1 \leq z \leq 5$ かつ

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 通り}$$

(2) $1 \leq x < y < z \leq 5$ かつ

1~5の5個の中から、3つ選んで昇順に x, y, z としたものが

$$5C_3 = 10 \text{ 通り}$$

(3) $1 \leq x \leq y \leq z \leq 5$ かつ

$$1 \leq x < y+1 < z+2 \leq 7$$

と、 $y+1 = y', z+2 = z'$ とおくと

$$1 \leq x < y' < z' \leq 7$$

と、(2) と同様に考えよう。

$$7C_3 = 35 \text{ 通り}$$

(4) $x + y + z = 5, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ と

と

区別がつかないものに \circ を

x, y, z の3人に配る

と同じで

したがって、 $\circ \times 5$ と 1×2 の並び

$$\frac{7!}{5!2!} = 21 \text{ 通り}$$

(5) $x + y + z = 5, x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$ と

と、(4) と同様に考えよう

1人1人は \times を

先に \circ を

残りの $\circ \times 2$ を3人に配る

したがって、 $\circ \times 2$ と 1×2 の並び

$$\frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ 通り}$$

* 区別がつかないもの (例: \circ)

区別がつかないものに配る (例: \times \times)

のときは、

\circ と 1 の並び

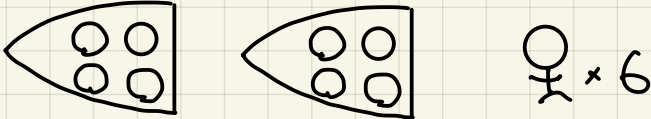
とを考えよう。

[2] 座席が4つずつあるボート2艘に6人を分乗させるとき、次のような場合の乗り方は何通りあるか。

- (1) ボートは区別するが、人も座席も区別しない。
- (2) 人もボートも区別するが、どの人がどの座席に着くかは区別しない。
- (3) 人もボートも区別し、どの人がどの座席に着くかも区別する。

[2009 東北学院大]

(解答)



(1) ボートはA, Bとあり、人・座席は区別しないが、それぞれボートには4人ずつしか乗れないので

$$(A, B) = (4, 2), (3, 3), (2, 4)$$

の3通り

(2) 座席だけ区別しないので、どの人がどのボートに乗るかに注意して

$$(A, B) = (4, 2) \text{ のとき}$$

$${}^6C_4 \times {}^2C_2 = {}^6C_2 \times 1 = 15 \text{ 通り}$$

$$(A, B) = (3, 3) \text{ のとき}$$

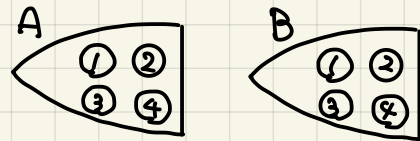
$${}^6C_3 \times {}^3C_3 = 20 \text{ 通り}$$

$$(A, B) = (2, 4) \text{ のときは } 15 \text{ 通り}$$

以上より

$$15 + 20 + 15 = 50 \text{ 通り}$$

(3) 座席をそれぞれ各1, 2, 3, 4と番号を付けて



どの席に着席するかは注意して

$$(A, B) = (4, 2) \text{ のとき}$$

$${}^6C_4 \times {}^2C_2 \times 4! \times 4 \cdot 3 = 4320 \text{ 通り}$$

A, Bそれぞれ4の着席の仕方

$$(A, B) = (3, 3) \text{ のとき}$$

$${}^6C_3 \times {}^3C_3 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 = 11520 \text{ 通り}$$

$$(A, B) = (2, 4) \text{ のときは } 4320 \text{ 通り}$$

以上より

$$4320 + 11520 + 4320 = 20160 \text{ 通り}$$

<別解>

8コの座席はすべて区別して考える

(A-1, A-2, A-3, A-4, B-1, B-2, B-3, B-4の順に)

8コのうちのどの6コに座るか
を考えた方がいい

$${}^8C_6 \times 6! = 20160 \text{ 通り}$$